№1

Вычислим многочлен от матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$f(x) = -3x^3 - x^2 + 4x + 2$$

При вычислении многочлена от матрицы свободный член прибавляется, как единичная матрица умноженная на свободный член.

$$A := \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$E := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Зададим функцию f(x):

$$f(x) := -3 \cdot x^3 - x^2 + 4x + 2 \cdot E$$

$$f(A) \to \begin{pmatrix} -76 & 114 \\ 0 & -190 \end{pmatrix}$$

№2

Вычислим ранг матрицы:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & -2 \\ 7 & -2 & 6 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Зададим матрицу B:

$$B := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & -2 \\ 7 & -2 & 6 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Используя оператор нахождения ранга матрицы определим ранг матрицы B.
Для этого воспользуемся встроенным оператором rank(x):

$$\mathrm{rank}(B) \to 3$$

Приведем матрицу B к виду удобному для нахождения ранга матрицы.
Для этого воспользуемся оператором rref(x):

$$\mathrm{rref}(B) \to \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{6}{7} & \frac{23}{7} \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2}{7} & -\frac{11}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Получена матрица B после элементарных преобразований.

Видно, что минор 3-го порядка (единичная матрица 3x3 в левом верхнем углу)
отличен от нуля. из этого можно сделать вывод о равенстве ранга матрицы B
Rang(B)=3.

№3

Вычислим определитель матрицы:

$$C := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Воспользуемся оператором "определитель матрицы"
находящимся на панели инструментов "матрица" или
оператором "модуль" находяшимся на панели
инструментов "калькулятор".

$$|C| \rightarrow 12$$

№4

Вычислим матрицу обратную к матрице С заданной в №3.
Определитель матрицы С отличен от нуля => мы можем найти обратную матрицу:

$$C^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ 0 & -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Сделаем проверку:

$$C \cdot C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} \cdot C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Полученные единичные матрицы свидетельствуют о том, что обратная матрица найдена верно.

№5

Решим матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Введем матрицы D и F:

$$D := \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$F := \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Решение уравнения ищем в виде:

$x = D^{-1} \cdot F$

Определим матрицу обратную к матрице D:

$$D^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

$$x := D^{-1} \cdot F \rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 1 & 17 \\ -5 & 0 & -23 \end{pmatrix}$$

Сделаем проверку:

$$D \cdot x = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Получена матрица равная матрице F, что подтверждает правильность решения.