Вариант № 2

Задача 1. Для данной функции $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$, где $z=x+iy$, найти ее действительную часть $u(x,y)$ и мнимую часть $v(x,y)$

$$f(z)=2z-\frac{1}{z}+3.$$

Задача 2. Найти область, в которой функция $v(x,y)=2x+y$ является гармонической, т.е. удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta v=0$ $\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}=0\right)$. Найти аналитическую в этой области функцию $f(z)=f(x+iy)$, для которой функция $v(x,y)$ будет являться мнимой частью. Указать соответствующую действительную часть $u(x,y)$.

Задача 3. Вычислить интеграл $\int\limits_l (1-\bar{z})dz$, где l - отрезок прямой от точки $z_1=1+i$ до точки $z_2=0$.

Задача 4. Вычислить интеграл $\oint\limits_l \frac{z-2i}{z+i}dz$ по замкнутой кривой $l: |z|=2$. Обход осуществляется против хода часовой стрелки.

Задача 5. Методом конечных разностей при $h=0.2$ и $l=0.02$ найти приближенные значения $u(ih,kl)=u_{i,k}$ $(i=1,2,3,4;\quad k=1,2,...,5)$ решения $u(x,t)$ первой краевой задачи для уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\qquad a^2=\frac{1}{2};$$

$$u(x,0)=1-\frac{3}{4}x^2,\qquad 0\le x\le 1;$$

$$u(0,t)=(1+t)^2,\qquad 0\le t\le 0.1;$$

$$u(1,t)=\frac{1}{4},\qquad 0\le t\le 0.1.$$