Вариант № 6

Задача 1. Для данной функции $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$, где $z=x+iy$, найти ее действительную часть $u(x,y)$ и мнимую часть $v(x,y)$

$$f(z)=\cos(i\bar{z}).$$

Задача 2. Найти область, в которой функция $v(x,y)=3x-y$ является гармонической, т.е. удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta v=0$ $\left(\dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2}=0\right)$. Найти аналитическую в этой области функцию $f(z)=f(x+iy)$, для которой функция $v(x,y)$ будет являться мнимой частью. Указать соответствующую действительную часть $u(x,y)$.

Задача 3. Вычислить интеграл $\int\limits_l (i-\bar{z})dz$, где l - отрезок прямой от точки $z_1=0$ до точки $z_2=1-i$.

Задача 4. Вычислить интеграл $\oint\limits_l \dfrac{z+3i}{z-i}dz$ по замкнутой кривой l: $|z|=2$. Обход осуществляется против хода часовой стрелки.

Задача 5. Методом конечных разностей при $h=0.2$ и $l=0.1$ найти приближенные значения $u(ih,kl)=u_{i,k}$ $(i=1,2,3,4;\ k=1,2,3,4)$ решения $u(x,t)$ первой краевой задачи для уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \qquad a^2=\frac{1}{6};$$

$$u(x,0)=x^2-1, \qquad 0\le x\le 1;$$
$$u(0,t)=-1, \qquad 0\le t\le 0.4;$$
$$u(1,t)=5t(1-2t), \qquad 0\le t\le 0.4.$$