

Методические рекомендации (материалы) преподавателям

Целью лекций является изложение теоретического материала и иллюстрация его примерами и задачами. Основным теоретическим результатам должны сопутствовать пояснения об их приложениях к другим разделам математики и к экономическим наукам. Желательно также кратко излагать историю появления наиболее важных понятий и результатов. Курс лекций должен строиться на основе четких формулировок и доказательств основных теорем, так как лишь при таком подходе студенты приобретают математическую культуру, необходимую для дальнейшего изучения математики и экономических дисциплин. Недопустимо сводить чтение лекций только к разбору примеров и алгоритмов их решения.

Целью практических занятий является закрепление теоретического материала лекций и выработка умения решать примеры и задачи для последующего применения математических методов в экономических приложениях.

Для данного курса используются, в основном, классические образовательные технологии. Вместе с тем, на лекционных занятиях приветствуется использование мультимедийного оборудования. При чтении лекций с презентациями желательно обеспечить студентов раздаточным материалом. На семинарских занятиях, а также при выполнении домашних заданий и в процессе самостоятельной работы студентов, по усмотрению преподавателя, проводящего семинарские занятия, допускается решение задач с использованием информационно-коммуникативных технологий обучения. В частности, возможно обращение на различные математические сайты, например Exponenta.ru, использование размещенных там материалов, обращение к математическим пакетам Mathcad, Maple и другим. Часть предложенной в программе учебной литературы может использоваться в электронном виде.

Для повышения эффективности лекций и практических занятий рекомендуется использование активных методов обучения: группового обсуждения, дискуссии, разбора конкретных ситуаций и др. Самостоятельное изучение теоретического материала дисциплины возможно с использованием *Internet*-ресурсов, информационных баз, методических разработок, специальной учебной и научной литературы.

Текущий контроль знаний рекомендуется проводить на занятиях по завершении изучения каждого дисциплинарного раздела.

Планирование разделов дисциплины по семестрам

1 семестр

№ раздела дисциплины	№ лекции, название темы	Содержание лекционных занятий	№ и содержание практических занятий
1. Элементы теории множеств и функций.	Лекция №1 Введение. Элементы теории множеств и функций.	Понятие функции, ее области определения и области значений. Элементарные функции. Обратная функция. Сложная функция. Множество всех действительных чисел и множество всех точек числовой прямой, эквивалентность этих множеств. Свойства действительных чисел. Подмножества множества действительных чисел.	Практическое занятие №1 Понятие функции, ее области определения и области значений. Элементарные функции. Обратная функция. Сложная функция.
2. Предел и непрерывность функции одной переменной.	Лекция № 2 Предел функции. Лекция № 3 Теоремы о пределах функций. Лекция № 4 Непрерывность функции.	Символика математической логики и ее использование. Предел функции. Предел последовательности. Бесконечно малые величины и их свойства. Бесконечно большие величины. Связь бесконечно больших и бесконечно малых. Основные теоремы о пределах функций. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов. Определение непрерывности функции. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность суммы, произведения и частного двух функций. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.	Практическое занятие №2 Вычисление пределов последовательностей и пределов функций. Практическое занятие №3 Вычисление пределов последовательностей и пределов функций. Практическое занятие №4 Контрольная работа на тему: «Пределы последовательностей и функций».
3. Производная и дифференциал функции одной переменной.	Лекция № 5 Производная функции.	Определение производной функции. Геометрический и механический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к кривой. Производная постоянной, суммы, произведения и частного двух функций. Производные тригонометрических функ-	Практическое занятие №5 Вычисление производных. Уравнения касательной и нормали к кривой.

ной.	Лекция № 6 Дифференциал функции.	ций. Производная показательной функции. Производная обратной функции. Производная логарифмической и обратных тригонометрических функций. Дифференцируемость функции. Дифференциал функции. Связь дифференциала с производной. Непрерывность дифференцируемой функции. Геометрический смысл дифференциала. Производная сложной функции. Логарифмическое дифференцирование. Производная степенной функции. Таблица производных. Производные высших порядков.	Практическое занятие №6 Вычисление производных. Дифференциал функции.
4. Исследование дифференцируемых функций одной переменной.	Лекция № 7 Основные теоремы дифференциального исчисления. Лекция № 8 Исследование функций с помощью производных первого порядка. Лекция № 9 Исследование функций с помощью производных второго порядка. Лекция № 10 Полное исследование функций и построение графиков.	Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Раскрытие неопределенностей и правило Лопиталя. Формула Тейлора. Условия возрастания и убывания функции. Локальный экстремум функции. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции. Исследование на экстремум функции с помощью производных второго порядка. Исследование функций на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. Асимптоты кривых. Общая схема построения графиков функций. Полное исследование функций и построение графиков функций согласно общей схеме.	Практическое занятие №7 Вычисление пределов с использованием правила Лопиталя. Практическое занятие №8 Исследование функций на экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывных на отрезке функций. Практическое занятие №9 Построение графиков функций по общей схеме. Практическое занятие №10 Контрольная работа на тему: «Производная и ее приложения».

8. Интегрирование.	Лекция № 11 Неопределенный интеграл.	Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.	Практическое занятие №11 Интегрирование простейших выражений, приводящихся к табличным.
	Лекция № 12 Основные методы интегрирования.	Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям.	Практическое занятие №12 Интегрирование методом подстановки. Формула интегрирования по частям.
	Лекция № 13 Основные методы интегрирования (продолжение).	Интегрирование некоторых выражений, содержащих в знаменателе квадратный трехчлен. Интегралы от элементарных дробей.	Практическое занятие №13 Интегрирование некоторых выражений, содержащих в знаменателе квадратный трехчлен.
	Лекция № 14 Интегрирование рациональных дробей.	Разложение многочлена на линейные множители. Деление многочлена на многочлен. Разложение правильной рациональной дроби на элементарные методом неопределенных коэффициентов. Интегрирование рациональных дробей.	Практическое занятие №14 Интегрирование рациональных дробей.
	Лекция № 15 Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений.	Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Универсальная подстановка. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.	Практическое занятие №15 Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции и иррациональные выражения.
	Лекция № 16 Определенный интеграл.	Определение определенного интеграла, как предела интегральных сумм. Условия существования определенного интеграла и его основные свойства. Геометрический смысл. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям в определенном интеграле	Практическое занятие №16 Вычисление определенных интегралов. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
	Лекция № 17 Несобственные инте-	Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами, интегралы от разрывных функций.	Практическое занятие №17 Контрольная работа на тему:

	гралы.		«Неопределенные и определенные интегралы».
	Лекция № 18 Обзорная лекция	Обзорная лекция.	Практическое занятие №18 Подготовка к зачету.

2 семестр

№ раздела дисциплины	№ лекции, название темы	Содержание лекционных занятий	№ и содержание практических занятий
5.	Лекция № 1 Функции нескольких переменных (ФНП).	Функции двух переменных. Понятие линии уровня функции двух переменных. Обобщение на случай функций нескольких переменных. Экономические иллюстрации (функции спроса и предложения, функция полезности, производственная функция). Предел функции нескольких переменных. Непрерывность функции нескольких переменных в точке и на множестве. Точки непрерывности и точки разрыва функции. Арифметические операции над непрерывными функциями. Понятие о сложной функции. Непрерывность сложной функции.	Практическое занятие №1 Функции нескольких переменных. Геометрический смысл функции двух переменных. Область определения. Предел функции. Линии уровня. Поверхности уровня.
6.	Лекция № 2 Частные производные ФНП. Производная по направлению. Дифференцируемость сложных ФНП. Неявные функции. Частные производные	Частные производные и частные дифференциалы. Градиент ФНП. Дифференцируемость ФНП. Главная линейная часть приращения ФНП. Полный дифференциал ФНП. Геометрическая и экономическая интерпретация частных производных. Эластичности. Касательная плоскость к поверхности. Производная по направлению. Ортогональность градиента и линии уровня функции двух переменных в точке ее дифференцируемости. Дифференцируемость сложных ФНП. Инвариантность формы дифференциала ФНП.	Практическое занятие №2 Вычисление частных производных и дифференциалов ФНП. Градиент. Касательная плоскость к поверхности. Производная по направлению. Вычисление производных сложных функций. Вычисление производных не-

	высших порядков.	Неявные функции. Формулы для частных производных и дифференциалов неявных функций. Частные производные и дифференциалы порядка выше первого. Теорема о равенстве смешанных частных производных. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.	явных функций. Вычисление частных производных высших порядков.
7.	Лекция № 3 Экстремум функции двух переменных. Глобальный экстремум функции двух переменных. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.	Локальный экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия. Выпуклые функции. Экстремум выпуклой функции. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных, непрерывной на некотором замкнутом множестве. Функция Лагранжа и множители Лагранжа для задачи на условный экстремум. Необходимое условие условного экстремума и его геометрическая интерпретация. Достаточное условие условного экстремума. Примеры применения метода Лагранжа.	Практическое занятие №3 Исследование функции двух переменных на экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных, непрерывной на некотором замкнутом множестве. Контрольная работа на тему: «Функции нескольких переменных».

8.	Лекция № 4 Матрицы. Определители Лекция № 5 Ранг матрицы. .	Матрицы. Сумма матриц. Умножение матрицы на число. Произведение матриц. Свойства арифметических операций над матрицами. Определитель и элементарные преобразования. Вычисление определителя разложением по строке. Обратная матрица. Замена переменных в тройных интегралах. Цилиндрические и сферические координаты. Приложения тройных интегралов. Ранг матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях. Теорема о ранге матрицы. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов). Ранг произведения матриц. Определитель произведения матриц.	Практическое занятие №4 Матрицы. Сумма матриц. Умножение матрицы на число. Произведение матриц. Свойства арифметических операций над матрицами. Определитель и элементарные преобразования. Вычисление определителя разложением по строке. Обратная матрица. Практическое занятие №5 Ранг матрицы. Ранг ступенчатой матрицы. Неизменность ранга при элементарных преобразованиях. Теорема о ранге матрицы. Критерий линейной независимости системы строк (столбцов). Ранг произведения матриц. Определитель произведения матриц.
9.	Лекция № 6 Система линейных уравнений	Система линейных уравнений. Матричная запись системы уравнений. Система n линейных уравнений с n переменными. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений. Приведение матрицы к ступенчатому виду элементарными преобразованиями. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Общее решение систем линейных уравнений. Главные и свободные неизвестные.	Практическое занятие №6 Система линейных уравнений. Матричная запись системы уравнений. Система n линейных уравнений с n переменными. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Матрица и расширенная матрица системы линейных уравнений. Приведение матрицы к ступенчатому виду элементарными преобразованиями. Метод Гаусса решения систем

	Лекция № 7 Векторы на плоскости и в пространстве.	Векторы на плоскости и в пространстве. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство. Прямоугольная система координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Векторы. Равенство векторов. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора плоскости по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов. Длина вектора и угол между векторами.	линейных уравнений. Общее решение систем линейных уравнений. Главные и свободные неизвестные Практическое занятие №7 Векторы на плоскости и в пространстве. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство. Прямоугольная система координат на плоскости. Расстояние между точками. Деление отрезка в данном отношении. Векторы. Равенство векторов. Координаты вектора. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора плоскости по двум неколлинеарным векторам. Скалярное произведение векторов. Длина вектора и угол между векторами.
	Лекция №8 Аналитическая геометрия.	Общее уравнение прямой на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Параметрическое и каноническое уравнения прямой. Расстояние от точки до прямой.. Общее уравнение плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.	Практическое занятие №8 Общее уравнение прямой на плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Параметрическое и каноническое уравнения прямой. Расстояние от точки до прямой.. Общее уравнение

			плоскости. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей.
	Лекция №9	Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых.	Практическое занятие №9 Уравнение прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых.