

**Материалы, устанавливающие содержание и порядок проведения
текущих и промежуточных аттестаций по дисциплине
«Математический анализ»
(направление 080500 «Бизнес-информатика»)**

1 СЕМЕСТР

В 1 семестре предусмотрены три контрольные работы по темам «Пределы последовательностей и функций», «Производная и ее приложения», «Неопределенные и определенные интегралы». Контрольные работы выполняются на практических занятиях, на каждую контрольную работу отводится 90 минут. Критерии выставления оценок сформулированы для каждой контрольной работы ниже. По окончании 1 семестра проводится экзамен.

Контрольная работа №1 теме: «Предел функции».

Контрольная работа состоит из двух частей: теоретической и практической. Теоретическая часть содержит один вопрос по теории из списка вопросов для подготовки к контрольной работе №1. Практическая часть включает 7 заданий (см. образец варианта контрольной работы №1 ниже). По результатам выставляются две оценки по пятибалльной шкале: одна оценка за теоретическую часть, другая – за практическую часть. В теоретической части студент должен продемонстрировать знания основных определений, формул и формулировок теорем. За практическую часть выставляется оценка «1 балл», если правильно решено любое одно задание, оценка «2 балла», если правильно решены любые два задания, оценка «3 балла», если правильно решены любые четыре задания, оценка «4 балла», если правильно решены любые шесть заданий, оценка «5 баллов», если правильно решены все семь заданий.

При желании студента с целью повышения оценки контрольную работу №1 можно переписать один раз. **НО** сначала нужно еще раз проработать вопросы для подготовки к контрольной работе №1, обязательно сделать работу над ошибками по практической части и сдать её преподавателю на проверку (если что-то не получается, имеет смысл прийти на консультацию). После того, как верно выполнена работа над ошибками, преподаватель назначает студенту время (как правило, на консультации) для переписывания контрольной работы. Критерии выставления оценок остаются прежними.

Вопросы для подготовки к контрольной работе №1:

1. Предел функции.
2. Бесконечно малые и бесконечно большие и связь между ними. Свойства бесконечно малых.
3. Основные теоремы о пределах.
4. Первый и второй замечательные пределы.
5. Сравнение бесконечно малых величин. Эквивалентные бесконечно малые и их использование при вычислении пределов.

Образец варианта контрольной работы №1:

- 1) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{4x^2 + 9x - 145}{3x^2 - x - 70}$
- 2) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{8x^2 - 5x - 7}{9x^2 + 6x + 8}$
- 3) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{49 - x^2}{5 - \sqrt{81 - 8x}}$
- 4) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 2}{7 - 4x - 2x^2}$
- 5) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \sin^2 7x)}{\cos 2x - 1}$
- 6) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{arctg}(3/x)}{3 + \sin 5x}$
- 7) Вычислить предел: $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 5}{4 + 4x} \right)^{2x}$

Контрольная работа №2 по теме: «Производная и ее приложения».

Контрольная работа состоит из двух частей: теоретической и практической. Теоретическая часть содержит один вопрос по теории из списка вопросов для подготовки к контрольной работе №2. Практическая часть включает 6 заданий (см. образец варианта контрольной работы №2 ниже). По результатам выставляются две оценки по пятибалльной шкале: одна оценка за теоретическую часть, другая – за практическую часть. В теоретической части студент должен продемонстрировать знания основных определений, формул и формулировок теорем. За практическую часть выставляется оценка «1 балл», если правильно решено любое одно задание, оценка «2 балла», если правильно решены любые два задания, оценка «3 балла», если правильно решены любые четыре задания, оценка «4 балла», если правильно решены любые пять заданий, оценка «5 баллов», если правильно решены все шесть заданий.

При желании студента с целью повышения оценки контрольную работу №2 можно переписать один раз. НО сначала нужно еще раз проработать вопросы для подготовки к контрольной работе №2, обязательно сделать работу над ошибками по практической части и сдать её преподавателю на проверку (если что-то не получается, имеет смысл прийти на консультацию). После того, как верно выполнена работа над ошибками, преподаватель назначает студенту время (как правило, на консультации) для переписывания контрольной работы. Критерии выставления оценок остаются прежними.

Вопросы для подготовки к контрольной работе №2:

1. Производная функции, ее геометрический смысл. Уравнения касательной и нормали.
2. Дифференцируемость функции. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
3. Производные постоянной, суммы, произведения и частного.
4. Производные тригонометрических функций.
5. Производные степенной, показательной и логарифмической функций.
6. Производная сложной функции.
7. Обратная функция и ее производная. Производные обратных тригонометрических функций.
8. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
9. Условия монотонности функции.
10. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума.
11. Достаточное условие экстремума (с использованием первой производной).
12. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

13. Исследование направления выпуклости кривой. Точки перегиба.

14. Асимптоты кривой.

Образец варианта контрольной работы №2:

- 1) Составить уравнение касательной к кривой $y = \frac{x}{x^2+1}$ в точке $x_0 = -2$.
- 2) Показать, что функция $y = \frac{2\sin x}{x} + \cos x$ удовлетворяет уравнению $x(\sin x)y' + (\sin x - x \cos x)y = \sin x \cos x - x$, и найти значение $y'(\pi)$.
- 3) Найти значение дифференциала функции $y(x)$ в точке $x_0 = 0$, если $y = \ln(e^x + e^{2x} - 1) + \arcsin \frac{e^{-x}}{2}$.
- 4) Исследовать на экстремум функцию: $y = 3 \ln \frac{x}{x-3} - 1$.
- 5) Найти на отрезке $[-3,3]$ наибольшее и наименьшее значения функции: $y = \frac{2(x^2+3)}{x^2-2x+5}$.
- 6) Для функции $y = (x-1)^2(x-3)^2$ провести полное исследование и построить график.

Контрольная работа №3 по теме: «Неопределенные и определенные интегралы»

Контрольная работа состоит из двух частей: теоретической и практической. Теоретическая часть содержит один вопрос по теории из списка вопросов для подготовки к контрольной работе №3. Практическая часть включает 6 заданий (см. образец варианта контрольной работы №3 ниже). По результатам выставляются две оценки по пятибалльной шкале: одна оценка за теоретическую часть, другая – за практическую часть. В теоретической части студент должен продемонстрировать знания основных определений, формул и формулировок теорем. За практическую часть выставляется оценка «1 балл», если правильно решено любое одно задание, оценка «2 балла», если правильно решены любые два задания, оценка «3», если правильно решены любые четыре задания, оценка «4», если правильно решены любые пять заданий, оценка «5», если правильно решены все шесть заданий.

При желании студента с целью повышения оценки контрольную работу №3 можно переписать один раз. НО сначала нужно еще раз проработать вопросы для подготовки к контрольной работе №3, обязательно сделать работу над ошибками по практической части и сдать её преподавателю на проверку (если что-то не получается, имеет смысл прийти на консультацию). После того, как верно выполнена работа над ошибками, преподаватель назначает студенту время (как правило, на консультации) для переписывания контрольной работы. Критерии выставления оценок остаются прежними.

Вопросы для подготовки к контрольной работе №3:

1. Первообразная. Теорема о первообразных.
2. Неопределенный интеграл и его свойства.
3. Замена переменной в неопределенном интеграле.
4. Формула интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
5. Интегрирование выражений вида $\frac{mx+n}{ax^2+bx+c}$, $\frac{mx+n}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$.
6. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Универсальная подстановка.
7. Определенный интеграл: определение и геометрический смысл.
8. Свойства определенного интеграла.
9. Интеграл с переменным верхним пределом, его производная по верхнему пределу.

10. Формула Ньютона-Лейбница.
 11. Замена переменной в определенном интеграле.

Образец варианта контрольной работы №3:

Вычислить интегралы:

1. $\int (2-5x) \cos 4x dx$ 2. $\int \frac{\sqrt[3]{2+3tgx}}{\cos^2 x} dx$ 3. $\int \cos^2 x \sin^5 x dx$
 4. $\int \frac{2x-7}{9-2x-x^2} dx$ 5. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x \cos 3x dx$ 6. $\int \left(8x^9 + 2\sqrt[6]{x^5} - \frac{4}{x^{10}} \right) dx$

Экзамен по дисциплине

На экзамене студент получает экзаменационный билет, который содержит один теоретический вопрос и три задачи. Перед экзаменом следует повторить все вопросы для подготовки к контрольным работам №1, №2 и №3. Первая задача экзаменационного билета относится к теме «Предел функции», вторая задача – к теме «Производная и ее приложения», третья задача – к теме «Неопределенные и определенные интегралы». За работу на экзамене выставляется

оценка «3», если правильно решены любые две задачи экзаменационного билета,
 оценка «4», если правильно решены все три задачи экзаменационного билета,
 оценка «5», если правильно решены все три задачи экзаменационного билета и при ответе на теоретический вопрос студент продемонстрировал знания основных определений, формул и формулировок теорем.

Образец экзаменационного билета

 <p>МГУП</p>	<p align="center">Экзаменационный билет № 1</p> <p>Кафедра высшей математики Направление «Бизнес-информатика» Дисциплина: <i>Математический анализ</i> (1 семестр)</p>
<p>1. Первообразная. Теорема о первообразных.</p> <p>2. Вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{\sqrt{x+2} - 2}$.</p> <p>3. Исследовать функцию на экстремум $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.</p> <p>4. Вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(5x+4)^3}}$.</p>	
<p align="center">Зав. кафедрой С.В. Успенский</p>	

Порядок формирования оценок по дисциплине

По результатам написания всех трех контрольных работ выставляются средние оценки по теоретической части $T_{\text{средняя}}$ и по практической части $P_{\text{средняя}}$:

$$T_{\text{средняя}} = (T_1 + T_2 + T_3) : 3, \quad P_{\text{средняя}} = (P_1 + P_2 + P_3) : 3$$

где T_1, T_2, T_3 - оценки, полученные за теоретическую часть соответственно в контрольных работах №1, №2, №3, а P_1, P_2, P_3 - оценки, полученные за практическую часть соответственно в контрольных работах №1, №2, №3.

Общая оценка $O_{\text{общая}}$ за работу студента в течение семестра рассчитывается по формуле

$$O_{\text{общая}} = 0,4 \cdot T_{\text{средняя}} + 0,6 \cdot P_{\text{средняя}}.$$

Итоговая оценка $O_{\text{итоговая}}$ по дисциплине выставляется по следующей формуле

$$O_{\text{итоговая}} = 0,7 \cdot O_{\text{экзамен}} + 0,3 \cdot O_{\text{общая}},$$

где $O_{\text{экзамен}}$ - оценка за работу студента непосредственно на экзамене.

Способ округления оценок производится по правилам арифметики округления.

2 СЕМЕСТР

Во 2 семестре предусмотрены три самостоятельные работы по темам «Функции нескольких переменных», «Двойные интегралы», «Ряды». Самостоятельные работы выполняются на практических занятиях, на каждую самостоятельную работу отводится 45 минут. Критерии выставления оценок сформулированы для каждой самостоятельной работы ниже. По окончании 2 семестра проводится экзамен.

Самостоятельная работа №1 по теме: «Функции нескольких переменных»

Самостоятельная работа №1 содержит 3 задачи (см. образец варианта самостоятельной работы №1 ниже). За работу выставляется

оценка «3», если правильно решена одна любая задача,

оценка «4», если правильно решены любые две задачи,

оценка «5», если правильно решены все три задачи.

При желании студента с целью повышения оценки самостоятельную работу №1 можно переписать один раз. НО сначала нужно еще раз проработать вопросы для подготовки к самостоятельной работе №1, обязательно сделать работу над ошибками и сдать её преподавателю на проверку (если что-то не получается, имеет смысл прийти на консультацию). После того, как верно выполнена работа над ошибками, преподаватель назначает студенту время (как правило, на консультации) для переписывания самостоятельной работы. Критерии выставления оценок остаются прежними.

Вопросы для подготовки к самостоятельной работе №1:

1. Понятие функции двух переменных. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных.
2. Частные производные функции двух переменных первого порядка: определение. Правила вычисления частных производных.
3. Полный дифференциал функции двух переменных. Обобщение на случай функции трех переменных.

4. Частные производные второго порядка функции двух переменных.
5. Экстремум функции двух переменных: определения. Необходимое условие экстремума.
6. Экстремум функции двух переменных: определения. Достаточные условия экстремума.
7. Касательная плоскость к поверхности.

Образец варианта самостоятельной работы №1:

1. Найти частные производные первого порядка от функции $z = \arccos \sqrt{1 - ux^3}$.
2. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{x \sin y}{y}$.
3. Исследовать функцию $z = x^3 - 2xy + y^2 + x - y + 4$ на экстремум.

Самостоятельная работа №2 по теме: «Двойные интегралы»

Самостоятельная работа №2 содержит 3 задачи (см. образец варианта самостоятельной работы №2 ниже). За работу выставляется

оценка «3», если правильно решена одна любая задача,
оценка «4», если правильно решены любые две задачи,
оценка «5», если правильно решены все три задачи.

При желании студента с целью повышения оценки самостоятельную работу №2 можно переписать один раз. Но сначала нужно еще раз проработать вопросы для подготовки к самостоятельной работе №2, обязательно сделать работу над ошибками и сдать её преподавателю на проверку (если что-то не получается, имеет смысл прийти на консультацию). После того, как верно выполнена работа над ошибками, преподаватель назначает студенту время (как правило, на консультации) для переписывания самостоятельной работы. Критерии выставления оценок остаются прежними.

Вопросы для подготовки к самостоятельной работе №2:

1. Двойной интеграл: определение, теорема существования, геометрический смысл.
2. Свойства двойного интеграла.
3. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
4. Полярные координаты. Двойной интеграл в полярных координатах.
5. Приложения двойных интегралов.

Образец варианта самостоятельной работы №2:

1. Задан интеграл $\int_0^1 dx \int_x^{1-x} dy$. Изобразить область интегрирования заданного интеграла на чертеже. Изменить порядок интегрирования. Вычислить площадь области при заданном и измененном порядках интегрирования.
2. Вычислить интеграл $\iint_D 2xy dx dy$, где $D : \{x = 0, y = -8, y = -x^3\}$.
3. Вычислить интеграл $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где $D : \{x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0, x \leq 0\}$

Самостоятельная работа №3 по теме: «Ряды»

Самостоятельная работа №3 содержит 5 задач (см. образец варианта самостоятельной работы №3 ниже). За работу выставляется

оценка «3», если правильно решены три любые задачи,

оценка «4», если правильно решены любые четыре задачи,

оценка «5», если правильно решены все пять задач.

При желании студента с целью повышения оценки самостоятельную работу №3 можно переписать один раз. Но сначала нужно еще раз проработать вопросы для подготовки к самостоятельной работе №3, обязательно сделать работу над ошибками и сдать её преподавателю на проверку (если что-то не получается, имеет смысл прийти на консультацию). После того, как верно выполнена работа над ошибками, преподаватель назначает студенту время (как правило, на консультации) для переписывания самостоятельной работы. Критерии выставления оценок остаются прежними.

Вопросы для подготовки к самостоятельной работе №3:

1. Числовые ряды. Основные определения. Необходимое условие сходимости ряда.
2. Обобщенный гармонический ряд.
3. Признаки сравнения рядов.
4. Признак Даламбера. Радикальный признак.
5. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
6. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
7. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал сходимости. Радиус сходимости.

Образец варианта самостоятельной работы №3:

1. Исследовать ряды на сходимость

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{3n+1} \right)^n$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+10}}$; c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{4^n}$.

2. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{5n^3+2}$ на сходимость. Определить характер сходимости.

3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-4)^n}{n+2}$.

Экзамен по дисциплине

На экзамене студент получает экзаменационный билет, который содержит один теоретический вопрос и три задачи. Перед экзаменом следует повторить все вопросы для подготовки к самостоятельным работам №1, №2 и №3. Первая задача экзаменационного билета относится к теме «Функции нескольких переменных», вторая задача – к теме «Двойные интегралы», третья задача – к теме «Ряды». За работу на экзамене выставляется оценка «3», если правильно решены любые две задачи экзаменационного билета, оценка «4», если правильно решены все три задачи экзаменационного билета, оценка «5», если правильно решены все три задачи экзаменационного билета и при ответе на теоретический вопрос студент продемонстрировал знания основных определений, формул и формулировок теорем.

Образец экзаменационного билета

 <p>МГУП</p>	<p style="text-align: center;">Экзаменационный билет № 1</p> Кафедра высшей математики Направление «Бизнес-информатика» Дисциплина: <i>Математический анализ</i> (2 семестр)
<p>1. Частные производные функции двух переменных первого порядка: определение. Правила вычисления частных производных.</p> <p>2. Исследовать функцию $z = x^2 - 6xy + 27y^3 - x + 4y + 29$ на экстремум.</p> <p>3. Вычислить интеграл $\iint_D xy^2 dx dy$, где $D: \{xy = 1, y = x, y = -2\}$.</p> <p>4. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$.</p> <p style="text-align: center;">Зав. кафедрой С.В. Успенский</p>	

Порядок формирования оценок по дисциплине

По результатам написания всех трех самостоятельных работ выставляется средняя оценка за работу студента в течение семестра:

$$P_{\text{средняя}} = (P_1 + P_2 + P_3) : 3,$$

где P_1, P_2, P_3 - оценки, полученные соответственно за самостоятельные работы №1, №2, №3.

Итоговая оценка $O_{\text{итоговая}}$ по дисциплине выставляется по следующей формуле

$$O_{\text{итоговая}} = 0,7 \cdot O_{\text{экзамен}} + 0,3 \cdot P_{\text{средняя}},$$

где $O_{\text{экзамен}}$ - оценка за работу студента непосредственно на экзамене.

Способ округления оценок производится по правилам арифметики округления.