

Экзаменационные вопросы для студентов 2-ого курса (3-ий семестр).

I. Кратные интегралы.

1. Двойные интегралы.

- 1) Задача приводящая к понятию 2-ого интеграла.
- 2) Определение 2-ого интеграла. Теорема существования.
- 3) Свойства 2-ых интегралов.
- 4) Вычисление 2-ого интеграла. Прямоугольная область.
- 5) Вычисление 2-ого интеграла. Произвольная область.
- 6) Замена переменных в 2-ом интеграле.
- 7) Двойной интеграл в полярных координатах.
- 8) Применение 2-ых интегралов. Вычисление объемов тел, площадей плоских фигур. Связь с обыкновенным интегралом.
- 9) Площадь криволинейной поверхности.
- 10) Вычисление массы неоднородной фигуры.
- 11) Момент инерции площади плоской фигуры.
- 12) Координаты центра тяжести площади плоской фигуры и статические моменты.

2. Тройные интегралы.

- 1) Задача о нахождении массы 3-х мерного тела с переменной плотностью. Определение 3-ого интеграла. Теорема о существовании 3-ого интеграла.
- 2) Свойства 3-ого интеграла.
- 3) Вычисление 3-ого интеграла.
- 4) Замена переменных в 3-ом интеграле.
- 5) Тройной интеграл в цилиндрических координатах.
- 6) Тройной интеграл в сферических координатах.
- 7) Применение 3-ых интегралов. Масса тела. Статические моменты относительно координатных плоскостей. Моменты инерции. Координаты центра тяжести тела.

II. Криволинейные и поверхностные интегралы.

1. Криволинейные интегралы.

- 1) Задача о вычислении работы переменной силы вдоль криволинейного пути.
- 2) Векторная форма записи криволинейного интеграла.
- 3) Свойства криволинейных интегралов.
- 4) Вычисление криволинейных интегралов и условие существования.
- 5) Выражение площади области, ограниченной кривой, через криволинейный интеграл.
- 6) Формула Грина.
- 7) Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

2. Поверхностные интегралы.

- 1) Интегралы по площади поверхности (Поверхностные интегралы 1-го рода). Вычисление поверхностных интегралов 1-ого рода.
- 2) Поверхностные интегралы по координатам (Поверхностные интегралы 2-ого рода). Физический смысл поверхностного интеграла 2-ого рода.
- 3) Координатная форма записи поверхностного интеграла 2-ого рода.
- 4) Условие существования поверхностного интеграла и правила его вычисления.
- 5) Применение поверхностных интегралов к вычислению объемов тел.
- 6) Свойства поверхностных интегралов 2-ого рода.

III. Элементы теории поля.

- 1) Поверхности уровня. Производная по направлению.
- 2) Градиент. Свойства градиента.
- 3) Формула Стокса. Теорема Стокса.
- 4) Формула Остроградского. Физический смысл формулы Остроградского.
- 5) Оператор Гамильтона. Некоторые его применения. Оператор Лапласа.

IV. Ряды Фурье.

- 1) Определение. Постановка задачи. Коэффициенты Фурье. Теорема Дирихле.
- 2) Замечание о разложении периодической функции в ряд Фурье.
- 3) Ряды Фурье для четных и нечетных функций.
- 4) Ряд Фурье для функции с периодом 2ℓ .
- 5) Разложение в ряд Фурье непериодической функции.
- 6) Интеграл Дирихле.
- 7) Сходимость ряда Фурье в данной точке.
- 8) Некоторые достаточные условия сходимости ряда Фурье. Практический гармонический анализ.

V. Уравнения математической физики.

- 1) Основные типы уравнений математической физики.
- 2) Вывод уравнения колебания струны. Формулировка краевой задачи.
- 3) Вывод уравнений электрических колебаний в проводах.
- 4) Решение уравнения колебаний струны методом разделения переменных (методом Фурье).
- 5) Уравнение распространения тепла в стержне. Формулировка краевой задачи.
- 6) Решение уравнения теплопроводности методом Фурье.
- 7) Распространение тепла в пространстве.
- 8) Распространение тепла в неограниченном стержне. Интеграл Пуассона.
- 9) Задача, приводящая к исследованию решений уравнения Лапласа. Формулировка краевых задач. Стационарное распределение температуры в однородном теле.
- 10) Потенциальное течение жидкости или газа. Уравнение неразрывности.
- 11) Потенциал стационарного электрического тока.
- 12) Уравнение Лапласа в цилиндрических координатах. Решение задачи Дирихле для кольца с постоянными значениями искомой функции на внутренней и внешней окружностях.