

5. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ АТТЕСТАЦИИ СТУДЕНТОВ

5.3. ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Семестр I

Векторная и линейная алгебра

1. Определители второго и третьего порядков, их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителей третьего порядка разложением по элементам строки (столбца).
2. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица.
3. Решение системы алгебраических линейных уравнений методом Гаусса, с помощью обратной матрицы, по формулам Крамера.
4. Скалярные и векторные величины. Проекция вектора на ось. Линейные операции над векторами, их основные свойства.
5. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты точки, вектора. Разложение вектора по базису. Длина вектора. Линейные операции над векторами в координатной форме. Условие коллинеарности векторов.
6. Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения через координаты векторов.
7. Определение компланарных векторов. Правая и левая тройки векторов. Правая и левая системы координат. Определение векторного произведения, его свойства. Выражение векторного произведения через координаты векторов.
8. Смешанное произведение векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения через координаты векторов.

Аналитическая геометрия

9. Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным угловым коэффициентом.
10. Уравнение прямой, проходящей через данную точку параллельно данному вектору. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
11. Уравнение прямой, проходящей через данную точку, с данным нормальным вектором. Общее уравнение прямой.
12. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
13. Расстояние от точки до прямой.
14. Линии второго порядка: эллипс, гипербола и парабола.
15. Уравнение поверхности. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку, с данным нормальным вектором. Общее уравнение плоскости.
16. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
17. Расстояние от точки до плоскости.
18. Уравнения линии в пространстве. Общие уравнения прямой в пространстве. Канонические уравнения прямой.
19. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
20. Параметрические уравнения прямой. Отыскание точки пересечения прямой и плоскости.
21. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки.
22. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
23. Поверхности второго порядка.

Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление
функции одной переменной.

1. Определение числовой последовательности. Определение сходящейся последовательности. Свойства сходящихся последовательностей (единственность предела, ограниченность последовательности).
2. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Теорема о связи бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей.
3. Свойства бесконечно малых последовательностей.
4. Необходимое и достаточное условие существования предела функции. Теоремы о пределах последовательностей.
5. Монотонные последовательности. Теорема о монотонной ограниченной последовательности. Число e .
6. Определение функции. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности.
7. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Теоремы о пределах функций.
8. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Использование эквивалентных бесконечно малых функций при вычислении пределов.
9. Односторонние пределы. Необходимые и достаточные условия существования предела функции в точке.
10. Определения непрерывности функции в точке. Непрерывность функции на интервале. Непрерывность элементарных функций.
11. Теорема о непрерывности сложной функции. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
12. Основные свойства непрерывных функций: устойчивость знака непрерывной функции, прохождение через любое промежуточное значение, ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции.
13. Точки разрыва функции, их классификация.
14. Производная функции, ее геометрический и физический смысл.
15. Определения касательной и нормали к кривой. Уравнения касательной и нормали.
16. Определение дифференцируемости функции в точке. Свойства дифференцируемой функции.
17. Дифференциал функции, свойства дифференциала.
18. Правила дифференцирования.
19. Производная обратной функции.
20. Производная сложной функции.
21. Таблица производных.
22. Логарифмическое дифференцирование.
23. Производные высших порядков.
24. Производные первого и второго порядков функции, заданной параметрически.
25. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, правило Лопиталя.
26. Формула Тейлора. Формула Маклорена.
27. Достаточные условия возрастания и убывания функции.
28. Определение локального экстремума функции. Необходимые и достаточные условия существования локального экстремума функции.
29. Определение выпуклой и вогнутой кривой. Достаточные условия выпуклости и вогнутости графика функции.
30. Определение точки перегиба кривой. Необходимые и достаточные условия существования точки перегиба.
31. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты графика функции.

Семестр II

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. Определение функции двух переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных.
2. Определение непрерывности функции двух переменных.
3. Частные производные функции нескольких переменных.
4. Определение дифференцируемости функции. Дифференциал функции.
5. Неявные функции. Производные неявных функций.
6. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
7. Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных производных.
8. Определение экстремума функции двух переменных. Необходимые условия существования экстремума. Достаточные условия существования экстремума функции двух переменных.
9. Производная по направлению. Градиент и его свойства.

Неопределенный интеграл и определенный интегралы

1. Понятие первообразной функции. Определение неопределенного интеграла.
2. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов.
3. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод подстановки, метод интегрирования по частям.
4. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла. Определение определенного интеграла.
5. Основные свойства определенного интеграла.
6. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Замена переменной в определенном интеграле.
8. Формула интегрирования по частям в определенном интеграле.
9. Некоторые геометрические приложения определенного интеграла.
10. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.

Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Порядок уравнения. Определение дифференциального уравнения первого порядка. Определение решения уравнения.
2. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Общее и частное решения уравнения.
3. Основные типы дифференциальных уравнений 1-го порядка: уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения Бернулли.
4. Дифференциальные уравнения второго порядка. Задача Коши. Общее и частное решения уравнения.
5. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
6. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Свойства решений линейного однородного уравнения.
7. Линейно зависимые и линейно независимые системы функций.
8. Определитель Вронского. Необходимое и достаточное условие линейной независимости решений линейного однородного уравнения.
9. Структура общего решения линейного однородного уравнения.
10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
11. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.

12. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Метод подбора частного решения по виду правой части.

Семестр III

Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. Основы теории поля.

1. Кратные интегралы. Задача, приводящая к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла и его существование.
2. Вычисление двойного интеграла и его основные свойства.
3. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
4. Приложения двойного интеграла к решению задач геометрии и физики: вычисление площади плоской фигуры, объема тела, площади криволинейной поверхности, массы плоской пластины, моментов инерции плоской фигуры, координат центра масс плоской фигуры.
5. Задача, приводящая к понятию тройного интеграла. Определение тройного интеграла.
6. Вычисление тройного интеграла и его основные свойства.
7. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах.
8. Приложения тройного интеграла к решению задач геометрии и физики: вычисление объема и массы тела, моментов инерции и координат центра масс тела.
9. Задача, приводящая к понятию криволинейного интеграла первого рода. Определение криволинейного интеграла первого рода.
10. Основные свойства и вычисление криволинейного интеграла первого рода. Криволинейные интегралы первого рода по пространственной кривой.
11. Задача, приводящая к понятию криволинейного интеграла второго рода. Определение криволинейного интеграла второго рода.
12. Основные свойства и вычисление криволинейного интеграла второго рода. Криволинейные интегралы второго рода по пространственной кривой.
13. Формула Грина.
14. Условия независимости криволинейного интеграла от формы пути интегрирования.
15. Интегрирование полных дифференциалов.
16. Задача, приводящая к понятию поверхностного интеграла первого рода. Определение поверхностного интеграла первого рода, его основные свойства и вычисление.
17. Односторонние и двусторонние поверхности. Ориентация поверхности. Задача, приводящая к понятию поверхностного интеграла второго рода. Определение поверхностного интеграла второго рода.
18. Основные свойства и вычисление поверхностного интеграла второго рода. Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода.
19. Формула Остроградского.
20. Формула Стокса.
21. Элементы теории поля. Скалярное поле. Характеристики скалярного поля: поверхности и линии уровня, производная по направлению, градиент скалярного поля.
22. Векторное поле. Поток векторного поля.
23. Дивергенция. Формула Остроградского в векторных обозначениях. Инвариантное определение дивергенции. Физический смысл дивергенции.
24. Соленоидальное поле. Свойства соленоидальных полей.
25. Циркуляция. Ротор векторного поля. Символическая запись ротора. Формула Стокса в векторных обозначениях.
26. Потенциальное поле. Потенциал векторного поля. Свойства потенциальных полей.
27. Разность потенциалов.
28. Уравнения математической физики. Уравнение колебания струны.
29. Уравнение распространения тепла в стержне. Формулировка первой краевой задачи.

30. Уравнение распространения тепла в пространстве.

Числовые и функциональные ряды

1. Числовой ряд, сходимость ряда, сумма ряда. Основные свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости ряда.
2. Признаки сходимости рядов с положительными членами: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный и интегральный признаки. Гармонические ряды.
3. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Теорема об абсолютной сходимости ряда.
4. Теорема Лейбница.
5. Степенные ряды. Основные понятия. Теорема Абеля.
6. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
7. Свойства степенных рядов. Разложение функции в степенной ряд. Теорема о единственности разложения функции в степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена.
8. Разложение в степенной ряд функций: e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$. Применение рядов к приближенным вычислениям.
9. Тригонометрический ряд и его основные свойства.
10. Ряд Фурье, коэффициенты Фурье.
11. Достаточные условия разложения функции в ряд Фурье.
12. Ряды Фурье для четных и нечетных функций.
13. Ряд Фурье для периодических функций с периодом $2l$.

Дифференциальные уравнения с частными производными.

1. Уравнения математической физики. Уравнение колебания струны.
2. Уравнение распространения тепла в стержне. Формулировка первой краевой задачи.
3. Уравнение распространения тепла в пространстве.

Семестр IV

Теория вероятностей и основы математической статистики

1. Некоторые формулы комбинаторики (размещения, перестановки, сочетания).
2. Испытания и случайные события. Алгебра событий. Классическое определение вероятности. Относительная частота. Статистическая вероятность.
3. Условные вероятности. Независимость событий. Формулы умножения для зависимых и для независимых событий.
4. Формулы сложения вероятностей для совместных и для несовместных событий. Вероятность противоположного события. Вероятность появления хотя бы одного события.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
6. Последовательности испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
7. Предельные теоремы в схеме Бернулли: формула Пуассона, локальная и интегральная формулы Муавра – Лапласа.
8. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
9. Случайные величины. Дискретные случайные величины. Ряд распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.
10. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Вероятность попадания случайной величины в промежутки.
11. Функция распределения дискретной случайной величины.
12. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения. Основные свойства плотности распределения. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в промежутки. Выражение функции распределения через плотность вероятности.

13. Числовые характеристики случайных величин и их назначение. Математическое ожидание дискретной и непрерывной случайных величин и его свойства. Вероятностный и механический смысл математического ожидания. Мода и медиана.
14. Дисперсия дискретной и непрерывной случайных величин и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение.
15. Начальные и центральные моменты. Формула вычисления дисперсии через начальные моменты.
16. Биномиальное распределение и его числовые характеристики.
17. Распределение Пуассона и его числовые характеристики. Простейший поток событий. Связь простейшего потока с распределением Пуассона.
18. Равномерное распределение и его числовые характеристики.
19. Показательное распределение и его числовые характеристики. Связь простейшего потока с показательным распределением.
20. Нормальное распределение и его числовые характеристики. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Вероятность заданного отклонения нормальной случайной величины от её математического ожидания. Правило «трёх сигм».
21. Закон больших чисел. Теоремы Чебышева. Теорема Бернулли.
22. Центральная предельная теорема.
23. Системы 2-х случайных величин. Функция распределения системы 2-х случайных величин.
24. Система 2-х дискретных случайных величин. Матрица распределения.
25. Система 2-х непрерывных случайных величин. Совместная плотность распределения и ее свойства.
26. Вероятность попадания случайной точки в двумерную область.
27. Зависимые и независимые случайные величины. Условные законы распределения.
28. Числовые характеристики системы 2-х случайных величин. Ковариация и коэффициент корреляции.
29. Элементы математической статистики. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности.
30. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма.
31. Эмпирическая функция распределения.
32. Выборочные моменты.
33. Точечные оценки параметров распределения. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки.
34. Выборочное среднее. Выборочная дисперсия. Выборочное среднее квадратическое отклонение. Исправленная дисперсия.
35. Метод моментов для точечной оценки параметров распределения.
36. Метод наибольшего правдоподобия.
37. Метод наименьших квадратов.
38. Доверительная вероятность (надежность). Доверительный интервал.
39. Статистическая гипотеза. Статистический критерий проверки гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости статистического критерия. Мощность критерия.
40. Проверка правдоподобия гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности с помощью критерия согласия Пирсона.