

СТУДЕНЧЕСКАЯ НАУЧНАЯ РАБОТА

Кафедра высшей математики

Задачи для математической олимпиады для студентов 1-го курса МГУП (2002г.)

1. Вычислить:

$$\begin{vmatrix} a+4 & 1 & 2 & 3 \\ b+5 & b & 4 & 5 \\ a+10 & 1 & c+2 & 9 \\ a+d+10 & 1 & c+2 & d+9 \end{vmatrix}$$

$$2 \leq a \leq 5, \quad 2 \leq b \leq 5, \quad 2 \leq c \leq 5, \quad 2 \leq d \leq 5$$

Ответ: $abcd$

2. Даны вектора: $\vec{a} = \{-p, 1, -p\}$ $\vec{b} = \{1, 0, 1\}$ $\vec{c} = \{-1, 2 \cdot p, 1\}$

Найти скалярный квадрат вектора $\vec{d} = (\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c})$

$$2 \leq p \leq 5$$

Ответ: $8(2a^2+1)^2$

3. Дана вершина четырехугольной пирамиды $D(2k-3, 2k+5, k-4)$ и 3 вершины основания $A(0,0,0)$, $B(2,0,-4)$, $C(-8,10,-4)$. Найти высоту пирамиды.

$$2 \leq k \leq 9$$

Ответ: $3k$

4. Вычислить:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[4]{a^4 x^4 - 4} - \sqrt[3]{b^3 x^3 - 2}}{\sqrt{x(x-1)}}$$

$$2 \leq a \leq 3, \quad 2 \leq b \leq 4$$

Ответ: $a+b$

5. Вычислить:

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{6a(\sin(x-b) - x + b)}{(x-b)^3}$$

$$1 \leq a \leq 9, \quad 1 \leq b \leq 9$$

Ответ: -a

6. Вычислить значение производной в точке $x=0$:

$$Y = \frac{(ax+1)^b}{a} - \frac{c}{(dx+1)^g}$$

$$2 \leq a \leq 9, \quad 2 \leq b \leq 9, \quad 2 \leq c \leq 9, \quad 2 \leq d \leq 9, \quad 2 \leq g \leq 9$$

Ответ: b+cdg

7. Цена алмаза пропорциональна квадрату его веса. Цена одного карата (карат-единица веса) составляет a у.е. Найти наименьшую стоимость 2-х алмазов, общий вес которых равен 4-м каратам.

$$2 \leq a \leq 9$$

Ответ: 8a