

СТУДЕНЧЕСКАЯ НАУЧНАЯ РАБОТА

Кафедра высшей математики

Задачи олимпиады.

Задача 1. Найти значение параметра a , при котором

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-a}{x+a} \right)^{9x} = e^{378}$$

Ответ: 21

Задача 2. Функция $y=y(x)$ является решением дифференциального уравнения

$$y' = e^{5x}(1+7x)^4$$

Найти значение $y''(0)$.

Ответ: 33

Задача 3. Функция $y=y(x)$ является решением задачи Коши:

$$y' = 8y + 6x, \quad y(6) = 2$$

Найти точку пересечения касательной к графику функции $y=y(x)$ в точке $x=6$ с осью Oy .

Ответ: -310

Задача 4. В пространстве задан треугольник ABC :

$$\overrightarrow{AB} = (5, 5, 1) \quad \overrightarrow{AC} = (7, 1, 6)$$

с заданным направлением обхода:

$$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A.$$

В точке A восстановлен вектор \vec{n} , перпендикулярный плоскости треугольника, причем направление обхода контура треугольника ABC согласуется с направлением вектора \vec{n} по “правилу буравчика”.

Найти проекцию вектора \vec{n} на ось Oz , если 1-ая координата равна 29.

Ответ: -30

Задача 5.

Найти произведение значений параметров m и n , при которых система имеет бесконечное множество решений:

$$\begin{cases} 4x + 5y = m \\ nx + 6y = 4 \end{cases}$$

Ответ: 16

Задача 6.

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$y = 6\sqrt{-x}, \quad y = 6x, \quad x = -64$$

Ответ: 14336

Задача 7. Найти максимум функции:

$$z = \frac{136}{4x^2 + 9y^2 + 8x + 18y + 21}$$

Ответ: 17

Задача 8. Найти область сходимости данного степенного ряда. В ответе указать сумму наибольшего и наименьшего целых значений из найденной области. Общий член ряда равен:

$$\frac{(-1)^n n(x-18)^n}{4n^2 + 4}$$

Ответ: 37

Задача 9. Пассажир подходит к остановке, на которой он может воспользоваться услугами автобусов 2-х маршрутов: №1 и №2. Автобусы маршрута №1 ходят с интервалом 10 мин., автобусы №2 - с интервалом 20 мин. Найти вероятность (3 знака после запятой) того, что пассажир будет ожидать очередной автобус менее 5 мин.

Ответ: 0.625

Задача 10. При сдаче зачета преподаватель задает студенту вопросы. Как только число правильных ответов достигнет 3-х, либо студент ответит неправильно, преподаватель прекращает задавать вопросы. Вероятность правильного ответа на один вопрос равна 0.43. Найти среднее число заданных студенту вопросов на зачете.

Ответ: 2.03