

Вариант 1

Контрольная работа №1 (темы 1-5)

Задача 1. Даны вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Найти: 1) внутренний угол при вершине A_1 в треугольнике $A_1A_2A_4$; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;

$A_1(3; 2; 1)$, $A_2(2; -1; 8)$, $A_3(2; -1; 2)$, $A_4(6; -1; 6)$.

Задача 2. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти: 1)

уравнение стороны AB ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины C ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB .

$A(5; 1)$, $B(1; 3)$, $C(-4; 10)$.

Задача 3. Даны вершины $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$

пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины A_1 , A_2 , A_3 ; 2) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4 .

$A_1(3; 2; 1)$, $A_2(2; -1; 8)$, $A_3(2; -1; 2)$, $A_4(6; -1; 6)$.

Задача 4. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+x)^2 - (1-2x)^2}{3x^2 + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{\sqrt{x} - 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\operatorname{tg}^2 3x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x} \right)^{5x+1}$.

Задача 5. Для заданных функций найти

а) первую производную y' и вторую производную y'' ;

б), в) первую производную y' ;

г) дифференциал dy .

а) $y = 3x^4 - \frac{5}{3x^3} - 1$; б) $y = (x^2 - 1) \ln 2x$; в) $y = \frac{\cos x^2}{\sin 3x}$; г) $y = e^{\sin 5x}$

Задача 6. Найти предел с помощью правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 3x};$$

Задача 7. Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$$

Контрольная работа №2 (темы 6-9)

Задача 1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{dx}{(x+1)\ln(x+1)}$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{8-x^2}}$; в) $\int x \cos 3x dx$; г) $\int \frac{(x+6)dx}{x^3-4x}$;

д) $\int \sin^3 x dx$.

Задача 2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$ и $y=x+2$.

Задача 3. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:

$$y' = \frac{y}{x} - \operatorname{tg} \frac{y}{x}$$

Задача 4. Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + 4y = 3 \cos x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2;$$

Задача 5. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-1)^n}{n+11};$$