

### Вариант 3

#### Контрольная работа №1 (темы 1-5)

**Задача 1.** Даны вершины пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ :

$A_1(x_1; y_1; z_1)$ ,  $A_2(x_2; y_2; z_2)$ ,  $A_3(x_3; y_3; z_3)$ ,  $A_4(x_4; y_4; z_4)$ . Найти: 1) внутренний угол при вершине  $A_1$  в треугольнике  $A_1A_2A_4$ ; 2) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ; 3) объем пирамиды

$A_1A_2A_3A_4$ ;

$A_1(2; 0; -1)$ ,  $A_2(-2; -11; 5)$ ,  $A_3(1; -4; -1)$ ,  $A_4(-2; 1; -4)$ .

**Задача 2.** Даны вершины  $A(x_1; y_1)$ ,  $B(x_2; y_2)$ ,  $C(x_3; y_3)$  треугольника. Найти: 1) уравнение стороны  $AB$ ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ .

$A(-13; 3)$ ,  $B(-1; -3)$ ,  $C(2; 2)$ .

**Задача 3.** Даны вершины  $A_1(x_1; y_1; z_1)$ ,  $A_2(x_2; y_2; z_2)$ ,  $A_3(x_3; y_3; z_3)$ ,  $A_4(x_4; y_4; z_4)$  пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины  $A_1, A_2, A_3$ ; 2) угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ ; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину  $A_4$  параллельно грани  $A_1A_2A_3$ ; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину  $A_2$  параллельно ребру  $A_1A_4$ .

$A_1(2; 0; -1)$ ,  $A_2(-2; -11; 5)$ ,  $A_3(1; -4; -1)$ ,  $A_4(-2; 1; -4)$ .

**Задача 4.** Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2} \right)^{x^2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 4x + 1}{2x^2 - 7x + 3}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{3x}}{\sin 4x}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5-x} - 1}{x - 4}$ .

**Задача 5.** Для заданных функций найти

а) первую производную  $y'$  и вторую производную  $y''$ ;

б), в) первую производную  $y'$ ;

г) дифференциал  $dy$ .

а)  $y = 4x^2 - \frac{5}{3x^6} + 1$ ; б)  $y = (2x^2 - 7x) \cdot 10^{(1-x)}$ ; в)  $y = \frac{x}{\sin^2 x}$ ;

г)  $y = \operatorname{ctg}^2 x$ .

**Задача 6.** Найти предел с помощью правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3};$$

**Задача 7.** Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y = \frac{2}{x^2 + 2x}$$

Контрольная работа №2 (темы 6-9)

**Задача 1.** Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{(1 + \operatorname{ctg} x) dx}{\sin^2 x}; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\sqrt{2 - 2x - x^2}}; \quad \text{в) } \int \frac{\ln x}{x^2} dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^3 + 2x^2};$$

$$\text{д) } \int \sin^2 3x dx.$$

**Задача 2.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=4-x^2$  и  $y=2-x$ .

**Задача 3.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:

$$xy' + y \ln \frac{y}{x} = 0.$$

**Задача 4.** Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + y' = 3 \cos x - \sin x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1;$$

**Задача 5.** Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-3)^n}{n+4};$$