

## Вариант 5

### Контрольная работа №1 (темы 1-5)

**Задача 1.** Даны вершины пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ :

$A_1(x_1; y_1; z_1)$ ,  $A_2(x_2; y_2; z_2)$ ,  $A_3(x_3; y_3; z_3)$ ,  $A_4(x_4; y_4; z_4)$ . Найти: 1) внутренний угол при вершине  $A_1$  в треугольнике  $A_1A_2A_4$ ; 2) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ; 3) объем пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ ;

$$A_1(2; -5; 2), \quad A_2(-7; 2; 4), \quad A_3(6; -1; 3), \quad A_4(0; 1; 5).$$

**Задача 2.** Даны вершины  $A(x_1; y_1)$ ,  $B(x_2; y_2)$ ,  $C(x_3; y_3)$  треугольника. Найти: 1) уравнение стороны  $AB$ ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ .

$$A(12; 4), B(-2; -2), C(-6; 0).$$

**Задача 3.** Даны вершины  $A_1(x_1; y_1; z_1)$ ,  $A_2(x_2; y_2; z_2)$ ,  $A_3(x_3; y_3; z_3)$ ,  $A_4(x_4; y_4; z_4)$  пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины  $A_1, A_2, A_3$ ; 2) угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ ; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину  $A_4$  параллельно грани  $A_1A_2A_3$ ; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину  $A_2$  параллельно ребру  $A_1A_4$ .

$$A_1(2; -5; 2), \quad A_2(-7; 2; 4), \quad A_3(6; -1; 3), \quad A_4(0; 1; 5).$$

**Задача 4.** Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{4x^2 + 3x - 1}{\sqrt{4x} - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 + x} - x}{\sqrt{2x^4 + x^3}}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 5x}{\sin^2 2x}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} (5x - 4)^{\frac{3}{x^2 - 1}}.$$

**Задача 5.** Для заданных функций найти

а) первую производную  $y'$  и вторую производную  $y''$ ;

б), в) первую производную  $y'$ ; г) дифференциал  $dy$ .

$$\text{а) } y = 2x^2 + \frac{3}{x^2} + 5; \quad \text{б) } y = (1 - x^3) \operatorname{arctg} 6x; \quad \text{в) } y = \frac{\sin(1 - x)}{x^2 + 6};$$

$$\text{г) } y = \operatorname{tg}^3(2x - 3).$$

**Задача 6.** Найти предел с помощью правила Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$ .

**Задача 7.** Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y = \frac{2x^2 - 3}{x^2}.$$

## Контрольная работа №2 (темы 6-9)

**Задача 1.** Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^6}}; \text{ б) } \int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}; \text{ в) } \int \frac{\ln x dx}{x^2}; \text{ г) } \int \frac{8}{x^3-4x} dx; \text{ д) } \int \frac{2+3\cos^2 x dx}{\cos^2 x}.$$

**Задача 2.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$

фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{1}{x}$ ,  $y=0$ ,  $x=1$  и  $x=2$ .

**Задача 3.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:  $xy' - 2y + x^2 = 0$ .

**Задача 4.** Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 4y' + 5y = 5x - 4, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$$

**Задача 5.** Найти область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+4)^n}{\sqrt[4]{n+5}}$ ;