

Вариант 6

Контрольная работа №1 (темы 1-5)

Задача 1. Даны вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Найти: 1) внутренний угол при вершине A_1 в треугольнике $A_1A_2A_4$; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объем пирамиды

$A_1A_2A_3A_4$;

$A_1(0; 1; 1)$, $A_2(3; 4; 4)$, $A_3(-3; 9; 3)$, $A_4(0; 5; 4)$.

Задача 2. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти: 1)

уравнение стороны AB ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины C ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB .

$A(6; 0)$, $B(2; -6)$, $C(-3; -9)$.

Задача 3. Даны вершины $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$

пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины A_1, A_2, A_3 ; 2) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4 .

$A_1(0; 1; 1)$, $A_2(3; 4; 4)$, $A_3(-3; 9; 3)$, $A_4(0; 5; 4)$.

Задача 4. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 2)^2 + 3x^4}{x^4 - 2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4-x} - 1}{2x^2 - 5x - 3}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{4x}; \quad \text{г) }$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} 2 \left(\frac{2x-1}{x+1} \right)^{\frac{5}{x-2}}.$$

Задача 5. Для заданных функций найти

а) первую производную y' и вторую производную y'' ;

б), в) первую производную y' ;

г) дифференциал dy .

$$\text{а) } y = \frac{x^3}{3} + \frac{4}{x^4} + 5; \quad \text{б) } y = (1 + \operatorname{arctg} 3x)e^x; \quad \text{в) } y = \frac{\cos(1-3x)}{x^2};$$

$$\text{г) } y = 6^{\sqrt{x}}.$$

Задача 6. Найти предел с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\ln x}$.

Задача 7. Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y = \frac{x^2 - 3}{x}$$

Контрольная работа №2 (темы 6-9)

Задача 1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{\cos x dx}{4 + \sin^2 x}$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x}}$; в) $\int \ln(1 + x^2) dx$; г) $\int \frac{6}{x^2 - 9x} dx$;

д) $\int \frac{(\cos^2 x - 2)dx}{3 \sin^2 x}$.

Задача 2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox

фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ и $y = 0$.

Задача 3. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:

$$y' + y = \frac{1}{e^x}$$

Задача 4. Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + y = 6 \sin 2x, \quad y(\pi) = -1, \quad y'(\pi) = -4.$$

Задача 5. Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-4)^n}{0,5n}$.