

Вариант 7

Контрольная работа №1 (темы 1-5)

Задача 1. Даны вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Найти: 1) внутренний угол при вершине A_1 в треугольнике $A_1A_2A_4$; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;

$A_1(-2; 0; 4)$, $A_2(3; -3; 7)$, $A_3(-3; -5; 11)$, $A_4(-2; -7; 15)$.

Задача 2. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти: 1) уравнение стороны AB ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины C ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB .

$A(15; 9)$, $B(-1; -3)$, $C(6; 21)$.

Задача 3. Даны вершины $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$ пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины A_1, A_2, A_3 ; 2) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4 .

$A_1(-2; 0; 4)$, $A_2(3; -3; 7)$, $A_3(-3; -5; 11)$, $A_4(-2; -7; 15)$.

Задача 4. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопитала.

а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2+x} - 1}{3x^2 + 5x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{4x^2 - x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3-x}{3+x} \right)^{\frac{5}{x}}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2-1} - 1}{\sin(x-1)}$.

Задача 5. Для заданных функций найти

а) первую производную y' и вторую производную y'' ;

б), в) первую производную y' ;

г) дифференциал dy .

а) $y = \frac{x^7}{5} + \frac{3}{x^3} + 1$; б) $y = (1 - 2x + x^2) \operatorname{tg} 6x$; в) $y = \frac{\sin(2-x)}{e^{3x}}$;

г). $y = c \operatorname{tg}^2 2x$

Задача 6. Найти предел с помощью правила Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\operatorname{tg}^2 x}$.

Задача 7. Провести полное исследование функции $y = \frac{4 - x^3}{x^2}$ и построить ее график.

Контрольная работа №2 (темы 6-9)

Задача 1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(3 + \sqrt{x})}$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2x + 2}}$; в) $\int \frac{\ln x}{x^4} dx$; г) $\int \frac{dx}{x^3 + 2x^2}$;
д) $\int \cos 3x \sin 4x dx$.

Задача 2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = 2x$.

Задача 3. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка: $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$.

Задача 4. Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 4y' + 3y = 8e^{5x}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 7.$$

Задача 5. Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x+7)^n}{2^n \cdot n}$.