

Вариант 8

Контрольная работа №1 (темы 1-5)

Задача 1. Даны вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Найти: 1) внутренний угол при вершине A_1 в треугольнике $A_1A_2A_4$; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объем пирамиды

$A_1A_2A_3A_4$;

$A_1(5; -1; 3)$, $A_2(8; 8; -3)$, $A_3(2; 0; -2)$, $A_4(4; 1; 0)$.

Задача 2. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти: 1)

уравнение стороны AB ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины C ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB .

$A(-8; 4)$, $B(4; -2)$, $C(7; 2)$.

Задача 3. Даны вершины $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$

пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины A_1, A_2, A_3 ; 2) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4 .

$A_1(5; -1; 3)$, $A_2(8; 8; -3)$, $A_3(2; 0; -2)$, $A_4(4; 1; 0)$.

Задача 4. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x \cdot \sin 2x}{2x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} (3x + 4)^{\frac{2}{(x+1)^2}}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x^2 + 2x^3}{(1+x)^3}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{7x - 10 - x^2}{\sqrt{6-x} - 1}$.

Задача 5. Для заданных функций найти

а) первую производную y' и вторую производную y'' ;

б), в) первую производную y' ; г) дифференциал dy .

а) $y = 1 - \frac{2}{x^6} - \frac{(x+1)^2}{3}$; б) $y = \sqrt{x} \cdot \arccos(1 - x^2)$; в) $y = \frac{3 + 2x}{\sin^4 x}$;

г) $y = \cos^3 7x$.

Задача 6. Найти предел с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^4 x}{x^9}$.

Задача 7. Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y = \frac{x^2 - 2}{x}$$

Контрольная работа №2 (темы 6-9).

Задача 1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{(1 - \operatorname{tg}^2 x) dx}{\cos^2 x}$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2x-7}}$; в) $\int x \sin 4x dx$; г) $\int \frac{dx}{x^3 + 4x^2 + 3x}$;

д) $\int \cos 3x \cos 4x dx$

Задача 2. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox

фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{2x}$ и $y = x$.

Задача 3. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка: $y' + 2xy = 2x^3 y$.

Задача 4. Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 3y' = x + \cos x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -\frac{1}{9};$$

Задача 5. Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x+2)^n}{3^n \cdot n}$.