

Вариант 9

Контрольная работа №1 (темы 1-5)

Задача 1. Даны вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Найти: 1) внутренний угол при вершине A_1 в треугольнике $A_1A_2A_4$; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
 $A_1(3; 2; -2)$, $A_2(1; 3; 1)$, $A_3(6; 2; 0)$, $A_4(0; 2; 2)$.

Задача 2. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти: 1) уравнение стороны AB ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины C ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB .
 $A(10; -2)$, $B(-4; 4)$, $C(-8; 2)$.

Задача 3. Даны вершины $A_1(3; 2; -2)$, $A_2(1; 3; 1)$, $A_3(6; 2; 0)$, $A_4(0; 2; 2)$ пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины A_1 , A_2 , A_3 ; 2) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4 .

Задача 4. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{2x^2 + 9x - 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{x+3} - e}{x + 2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2 \sin x)^{\frac{3}{2x}}$;
г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \cdot \arcsin 2x}$.

Задача 5. Для заданных функций найти

а) первую производную y' и вторую производную y'' ;

б), в) первую производную y' ; г) дифференциал dy .

а) $y = \frac{5x^3}{3} + \frac{6}{x} - 1$; б) $y = e^{\sqrt{x}}(1 - \operatorname{arctg} 8x)$; в) $y = \frac{4 - 5x}{\cos^2 3x}$; г) $y = \ln^3 \sin x$.

Задача 6. Найти предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{e^x}$ с помощью правила Лопиталья.

Задача 7. Провести полное исследование функции $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$ и построить ее график.

Контрольная работа №2 (темы 6-9)

Задача 1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{\operatorname{arctg}^2 x dx}{1+x^2}$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$; в) $\int \sqrt{x} \ln x dx$; г) $\int \frac{(4-2x) dx}{x^2+4x}$;
д) $\int \frac{dx}{\cos^2 3x}$

Задача 2. Найти длину дуги линии $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ от $x=0$ до $x=1$.

Задача 3. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка: $xy' + y = y^2 \ln x$.

Задача 4. Найти решение дифференциального уравнения $y'' + 9y = 6e^{3x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

Задача 5. Найти область сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-2)^n}{n+8}$.