

## Вариант 9

### Контрольная работа №1 (темы 1-5)

**Задача 1.** Даны вершины пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$  :

$A_1(x_1; y_1; z_1)$ ,  $A_2(x_2; y_2; z_2)$ ,  $A_3(x_3; y_3; z_3)$ ,  $A_4(x_4; y_4; z_4)$ . Найти: 1) внутренний угол при вершине  $A_1$  в треугольнике  $A_1A_2A_4$ ; 2) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ; 3) объем пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ ;  
 $A_1(3; 2; -2)$ ,  $A_2(1; 3; 1)$ ,  $A_3(6; 2; 0)$ ,  $A_4(0; 2; 2)$ .

**Задача 2.** Даны вершины  $A(x_1; y_1)$ ,  $B(x_2; y_2)$ ,  $C(x_3; y_3)$  треугольника. Найти: 1) уравнение стороны  $AB$ ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ .  
 $A(10; -2)$ ,  $B(-4; 4)$ ,  $C(-8; 2)$ .

**Задача 3.** Даны вершины  $A_1(3; 2; -2)$ ,  $A_2(1; 3; 1)$ ,  $A_3(6; 2; 0)$ ,  $A_4(0; 2; 2)$  пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ; 2) угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ ; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину  $A_4$  параллельно грани  $A_1A_2A_3$ ; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину  $A_2$  параллельно ребру  $A_1A_4$ .

**Задача 4.** Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{2x^2 + 9x - 5}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{e^{x+3} - e}{x + 2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2 \sin x)^{\frac{3}{2x}}$ ;  
г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \cdot \arcsin 2x}$ .

**Задача 5.** Для заданных функций найти

а) первую производную  $y'$  и вторую производную  $y''$ ;

б), в) первую производную  $y'$ ; г) дифференциал  $dy$ .

а)  $y = \frac{5x^3}{3} + \frac{6}{x} - 1$ ; б)  $y = e^{\sqrt{x}}(1 - \operatorname{arctg} 8x)$ ; в)  $y = \frac{4 - 5x}{\cos^2 3x}$ ; г)  $y = \ln^3 \sin x$ .

**Задача 6.** Найти предел  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{e^x}$  с помощью правила Лопиталья.

**Задача 7.** Провести полное исследование функции  $y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$  и построить ее график.

## Контрольная работа №2 (темы 6-9)

**Задача 1.** Найти неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{\operatorname{arctg}^2 x dx}{1+x^2}$ ; б)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$ ; в)  $\int \sqrt{x} \ln x dx$ ; г)  $\int \frac{(4-2x) dx}{x^2+4x}$ ;  
д)  $\int \frac{dx}{\cos^2 3x}$

**Задача 2.** Найти длину дуги линии  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  от  $x=0$  до  $x=1$ .

**Задача 3.** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:  $xy' + y = y^2 \ln x$ .

**Задача 4.** Найти решение дифференциального уравнения  $y'' + 9y = 6e^{3x}$ , удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 0, y'(0) = 0$ .

**Задача 5.** Найти область сходимости ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-2)^n}{n+8}$ .