

## Вариант 1

### Контрольная работа №1

**Задача 101.** Даны вершины пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ :

$A_1(x_1; y_1; z_1)$ ,  $A_2(x_2; y_2; z_2)$ ,  $A_3(x_3; y_3; z_3)$ ,  $A_4(x_4; y_4; z_4)$ . Найти: 1) внутренний угол при вершине  $A_1$  в треугольнике  $A_1A_2A_4$ ; 2) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ; 3) объем пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ ;  
 $A_1(3; 2; 1)$ ,  $A_2(2; -1; 8)$ ,  $A_3(2; -1; 2)$ ,  $A_4(6; -1; 6)$ .

**Задача 111.** Даны вершины  $A(x_1; y_1)$ ,  $B(x_2; y_2)$ ,  $C(x_3; y_3)$  треугольника. Найти: 1) уравнение стороны  $AB$ ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины  $C$ ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины  $C$ ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину  $C$  параллельно стороне  $AB$ .  
 $A(5; 1)$ ,  $B(1; 3)$ ,  $C(-4; 10)$ .

**Задача 121.** Даны вершины  $A_1(x_1; y_1; z_1)$ ,  $A_2(x_2; y_2; z_2)$ ,  $A_3(x_3; y_3; z_3)$ ,  $A_4(x_4; y_4; z_4)$  пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ; 2) угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ ; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину  $A_4$  параллельно грани  $A_1A_2A_3$ ; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину  $A_2$  параллельно ребру  $A_1A_4$ .  
 $A_1(3; 2; 1)$ ,  $A_2(2; -1; 8)$ ,  $A_3(2; -1; 2)$ ,  $A_4(6; -1; 6)$ .

**Задача 201.** Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+x)^2 - (1-2x)^2}{3x^2 + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{\sqrt{x} - 1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\operatorname{tg}^2 3x}$ ;

г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-3}{x} \right)^{5x+1}$ .

**Задача 211.** Для заданных функций найти

а) первую производную  $y'$  и вторую производную  $y''$ ;

б), в) первую производную  $y'$ ;

г) дифференциал  $dy$ .

а)  $y = 3x^4 - \frac{5}{3x^3} - 1$ ; б)  $y = (x^2 - 1) \ln 2x$ ; в)  $y = \frac{\cos x^2}{\sin 3x}$ ; г)  $y = e^{\sin 5x}$

**Задача 221.** Найти предел с помощью правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 3x};$$

**Задача 231.** Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$$

**Задача 241.** Исследовать данную функцию  $z = f(x, y)$  на экстремум и вычислить значение функции в точках экстремума

$$z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20,$$

**Задача 251.** Дано уравнение поверхности в виде  $F(x, y, z) = 0$  или  $z = f(x, y)$ . Требуется составить уравнение касательной плоскости к данной поверхности в точке  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ , если абсцисса  $x_0$  и ордината  $y_0$  заданы. Найти также аппликату  $z_1$  точки  $M_1(x_1, y_1, z_1)$ , лежащей на этой касательной плоскости, если даны абсцисса  $x_1$  и ордината  $y_1$  точки  $M_1$ :

$$3x^2y + 2xz - yz + x + 1 = 0, M_0(1; -2; z_0), M_1(1; 0; z_1).$$

## Контрольная работа №2

**Задача 301.** Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{dx}{(x+1)\ln(x+1)}; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\sqrt{8-x^2}}; \quad \text{в) } \int x \cos 3x dx; \quad \text{г) } \int \frac{(x+6)dx}{x^3-4x};$$

$$\text{д) } \int \sin^3 x dx.$$

### Задача 311

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=x^2$  и  $y=x+2$ .

**Задача 321** Вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Область интегрирования изобразить на чертеже.

$$z = 2x + y, \quad y = \sqrt{4 - x^2}, \quad x = 0, y = 0, z = 0.$$

**Задача 401** Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:

$$y' = \frac{y}{x} - \operatorname{tg} \frac{y}{x}$$

**Задача 411** Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + 4y = 3\cos x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2;$$

**Задача 501.** Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-1)^n}{n+11};$$