

Вариант 10

Контрольная работа №1

Задача 110. Даны вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Найти: 1) внутренний угол при вершине A_1 в треугольнике $A_1A_2A_4$; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;

$A_1(3; -2; 3)$, $A_2(0; -6; -1)$, $A_3(5; -9; -8)$, $A_4(3; -8; -5)$.

Задача 120. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти: 1) уравнение стороны AB ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины C ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB .

$A(13; 5)$, $B(-1; -3)$, $C(-5; 1)$.

Задачи 130. Даны вершины $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$,

$A_4(x_4; y_4; z_4)$ пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины A_1, A_2, A_3 ; 2) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4 .

$A_1(3; -2; 3)$, $A_2(0; -6; -1)$, $A_3(5; -9; -8)$, $A_4(3; -8; -5)$.

Задача 210. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 2x^2 + x^3}{4 + x^2 - 2x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 7x - 2}{x^2 + x - 6}$; в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-4} - 1}{1 - \sqrt{6-x}}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin 3x)^{\frac{x+2}{x}}$.

Задача 210. Для заданных функций найти

а) первую производную y' и вторую производную y'' ;

б), в) первую производную y' ;

г) дифференциал dy .

а) $y = 1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2x}$; б) $y = (\ln(3x^2 - 1)) \cdot \sin 2x$; в) $y = \frac{2 - \sin x}{\sin e^x}$;

г) $y = 3^{\operatorname{arctg} x}$.

Задача 230. Найти предел с помощью правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^3}.$$

Задача 240. Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$$

Задача 250. Исследовать данную функцию $z = f(x, y)$ на экстремум и вычислить значение функции в точках экстремума:

$$z = 1 - x + y - 5xy - 3x^2 - 3y^2$$

Задача 260. Дано уравнение поверхности в виде $F(x, y, z) = 0$ или $z = f(x, y)$. Требуется составить уравнение касательной плоскости к данной поверхности в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$, если абсцисса x_0 и ордината y_0 заданы. Найти также аппликату z_1 точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$, лежащей на этой касательной плоскости, если даны абсцисса x_1 и ордината y_1 точки M_1 :

$$z = x^2 + y^2 + 2x + y - 1, \quad M_0(2; 4; z_0), M_1(3; 2; z_1).$$

Контрольная работа №2

Задача 310. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-4x^4}}$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{5+2x-x^2}}$; в) $\int \frac{\ln 2x}{x^3} dx$; г) $\int \frac{dx}{x^3 - x}$;
д) $\int tg^3 x dx$

Задача 320

Найти длину дуги линии $y = 2x\sqrt{x}$ от $x=0$ до $x=4$.

Задача 330 Вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Область интегрирования изобразить на чертеже.

$$z = x^2 + 1, \quad 4x + 3y - 12 = 0, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

Задача 410 Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:

$$(1 + x^2)y' - 2xy = (1 + x^2)^2$$

Задача 420 Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 2y' + 5y = 5x^2 - 4x + 2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$$

Задача 510. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x+3)^n}{0,1n}.$$