

Вариант 2

Контрольная работа №1

Задача 102. Даны вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Найти: 1) внутренний угол при вершине A_1 в треугольнике $A_1A_2A_4$; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;

$A_1(-1; 3; 2)$, $A_2(-8; 5; 0)$, $A_3(-3; 7; -5)$, $A_4(-4; 1; 3)$.

Задача 112. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти: 1) уравнение стороны AB ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины C ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB .

$A(14; 10)$, $B(-2; -2)$, $C(5; 22)$.

Задача 122. Даны вершины $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$ пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины A_1 , A_2 , A_3 ; 2) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4 .

$A_1(-1; 3; 2)$, $A_2(-8; 5; 0)$, $A_3(-3; 7; -5)$, $A_4(-4; 1; 3)$.

Задача 202. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 + 4x + 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{x^2 - x}}{3x + 1}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x-2} - 1}{3x - 6}$; г) $\lim_{x \rightarrow 3} (7 - 2x)^{\frac{2}{3-x}}$.

Задача 212. Для заданных функций найти

а) первую производную y' и вторую производную y'' ;

б), в) первую производную y' ;

г) дифференциал dy .

а) $y = 2x^5 - \frac{1}{3x^3} + 5$; б) $y = (x^3 + x - 1) \sin 4x$; в) $y = \frac{2^x}{\sin^2 x}$;

г) $y = \sin^4 x$.

Задача 222 Найти предел с помощью правила Лопиталя

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 3x};$$

Задача 232. Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y = \frac{x^2 + 1}{x}$$

Задача 242. Исследовать данную функцию $z = f(x, y)$ на экстремум и вычислить значение функции в точках экстремума:

$$z = x^2 - xy + y^2 + x + y + 4,$$

Задача 252. Дано уравнение поверхности в виде $F(x, y, z) = 0$ или $z = f(x, y)$. Требуется составить уравнение касательной плоскости к данной поверхности в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$, если абсцисса x_0 и ордината y_0 заданы. Найти также аппликату z_1 точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$, лежащей на этой касательной плоскости, если даны абсцисса x_1 и ордината y_1 точки M_1 :

$$2xy^2 - x^2z + 2yz + 2y + 4 = 0, M_0(-1; 1; z_0), M_1(2; 1; z_1).$$

Контрольная работа №2

Задача 302. Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt[4]{\cos^3 x}}; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x}}; \quad \text{в) } \int x^3 \ln x \, dx; \quad \text{г) } \int \frac{2dx}{x^2 + 2x};$$

$$\text{д) } \int \cos^3 x \, dx.$$

Задача 312

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{x}{4}$ и

$$x=1.$$

Задача 322 Вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Область интегрирования изобразить на чертеже.

$$z = x^2 + 3y^2, \quad x + y = 2, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

Задача 402 Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:

$$y' = \frac{x + y}{x - y}$$

Задача 412 Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 2y' + y = 9e^{-2x} + 2x - 4, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1;$$

Задача 502. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+1)^n}{\sqrt[3]{n^3 + 1}};$$