

Вариант 4

Контрольная работа №1

Задача 104. Даны вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Найти: 1) внутренний угол при вершине A_1 в треугольнике $A_1A_2A_4$; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объем пирамиды

$A_1A_2A_3A_4$;

$A_1(4; -2; 3)$, $A_2(10; -3; -2)$, $A_3(8; -6; 3)$, $A_4(5; -6; 0)$.

Задача 114. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти: 1) уравнение стороны AB ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины C ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB .

$A(22; -6)$, $B(-2; 4)$, $C(-6; -2)$.

Задача 124. Даны вершины $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$,

$A_4(x_4; y_4; z_4)$ пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины

A_1 , A_2 , A_3 ; 2) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 3) уравнение высоты, проведенной

из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4

параллельно грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4 .

$A_1(4; -2; 3)$, $A_2(10; -3; -2)$, $A_3(8; -6; 3)$, $A_4(5; -6; 0)$.

Задача 204. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{\sqrt{x+2} - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5x+2}{3x+2} \right)^{\frac{1}{x}}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 3x^2 + 2}{7x + 3x^4}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin \frac{x}{2}}{1 - \cos 3x}$.

Задача 214. Для заданных функций найти

а) первую производную y' и вторую производную y'' ;

б), в) первую производную y' ;

г) дифференциал dy .

а) $y = 3 - \frac{x^5}{6} + \frac{6}{x^5}$; б) $y = 3^{\sqrt{x}} \operatorname{tg} 7x$; в) $y = \frac{\sin x^2}{x^3 - 1}$; г) $y = \sin^3 3x$.

Задача 224. Найти предел с помощью правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x};$$

Задача 234. Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y = \frac{4x^2}{3 + x^2}$$

Задача 244. Исследовать данную функцию $z = f(x, y)$ на экстремум и вычислить значение функции в точках экстремума:

$$z = x^2 + xy + y^2 - 13x - 11y + 17,$$

Задача 254. Дано уравнение поверхности в виде $F(x, y, z) = 0$ или $z = f(x, y)$. Требуется составить уравнение касательной плоскости к данной поверхности в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$, если абсцисса x_0 и ордината y_0 заданы. Найти также аппликату z_1 точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$, лежащей на этой касательной плоскости, если даны абсцисса x_1 и ордината y_1 точки M_1 :

$$xyz + x^2z - 2x - y + 3 = 0, M_0(-2; 3; z_0), M_1\left(\frac{1}{2}; 1; z_1\right).$$

Контрольная работа №2

Задача 304. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{x dx}{2 + 3x^2}$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+4}}$; в) $\int x^3 \operatorname{arctg} x dx$; г) $\int \frac{(x+2) dx}{x^2 - 2x}$;
д) $\int \sin^2 2x dx$.

Задача 314

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$ и $x=1$.

Задача 324 Вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Область интегрирования изобразить на чертеже.

$$z = 4 - y^2, \quad x = 4 - 2y, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

Задача 404 Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:

$$x^2 y' = 2xy + 3$$

Задача 414 Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - y' - 6y = 6x^2 - 4x - 3, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 5;$$

Задача 504. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-7)^n}{\sqrt{3n-1}};$$