

Вариант 5

Контрольная работа №1

Задача 105. Даны вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Найти: 1) внутренний угол при вершине A_1 в треугольнике $A_1A_2A_4$; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объем пирамиды

$A_1A_2A_3A_4$;

$A_1(2; -5; 2)$, $A_2(-7; 2; 4)$, $A_3(6; -1; 3)$, $A_4(0; 1; 5)$.

Задача 115. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти: 1) уравнение стороны AB ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины C ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB .

$A(12; 4)$, $B(-2; -2)$, $C(-6; 0)$.

Задача 125. Даны вершины $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$ пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины A_1 , A_2 , A_3 ; 2) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4 .

$A_1(2; -5; 2)$, $A_2(-7; 2; 4)$, $A_3(6; -1; 3)$, $A_4(0; 1; 5)$.

Задача 205. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{4x^2 + 3x - 1}{\sqrt{4x} - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 + x} - x}{\sqrt{2x^4 + x^3}}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 5x}{\sin^2 2x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 1} (5x - 4)^{\frac{3}{x^2 - 1}}$.

Задача 215. Для заданных функций найти

а) первую производную y' и вторую производную y'' ;

б), в) первую производную y' ;

г) дифференциал dy .

а) $y = 2x^2 + \frac{3}{x^2} + 5$; б) $y = (1 - x^3) \operatorname{arctg} 6x$; в) $y = \frac{\sin(1 - x)}{x^2 + 6}$;

г) $y = \operatorname{tg}^3(2x - 3)$.

Задача 225. Найти предел с помощью правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x};$$

Задача 235. Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y = \frac{2x^2 - 3}{x^2}$$

Задача 245. Исследовать данную функцию $z = f(x, y)$ на экстремум и вычислить значение функции в точках экстремума:

$$z = x^2 + xy + y^2 + 4x - y + 5,$$

Задача 255. Дано уравнение поверхности в виде $F(x, y, z) = 0$ или $z = f(x, y)$. Требуется составить уравнение касательной плоскости к данной поверхности в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$, если абсцисса x_0 и ордината y_0 заданы. Найти также аппликату z_1 точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$, лежащей на этой касательной плоскости, если даны абсцисса x_1 и ордината y_1 точки M_1 :

$$x^2 y^2 + 2xyz - 4yz - 5x = 0, M_0(3; -1; z_0), M_1(1; -1; z_1).$$

Контрольная работа №2

Задача 305. Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1+x^6}}; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}; \quad \text{в) } \int \frac{\ln x dx}{x^2}; \quad \text{г) } \int \frac{8}{x^3 - 4x} dx;$$

$$\text{д) } \int \frac{2 + 3 \cos^2 x dx}{\cos^2 x}.$$

Задача 315

Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox

фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{x}$, $y=0$, $x=1$ и $x=2$.

Задача 325 Вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Область интегрирования изобразить на чертеже.

$$z = 3x^2 + 3y^2, y = x^2, y = 1, z = 0.$$

Задача 405 Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:

$$xy' - 2y + x^2 = 0$$

Задача 415 Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 4y' + 5y = 5x - 4, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3;$$

Задача 505. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+4)^n}{\sqrt[4]{n+5}};$$