

Вариант 6

Контрольная работа №1

Задача 106. Даны вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Найти: 1) внутренний угол при вершине A_1 в треугольнике $A_1A_2A_4$; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
 $A_1(0; 1; 1)$, $A_2(3; 4; 4)$, $A_3(-3; 9; 3)$, $A_4(0; 5; 4)$.

Задача 116. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти: 1) уравнение стороны AB ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины C ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB .
 $A(6; 0)$, $B(2; -6)$, $C(-3; -9)$.

Задача 126. Даны вершины $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$ пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины A_1, A_2, A_3 ; 2) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4 .
 $A_1(0; 1; 1)$, $A_2(3; 4; 4)$, $A_3(-3; 9; 3)$, $A_4(0; 5; 4)$.

Задача 206. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 2)^2 + 3x^4}{x^4 - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4-x} - 1}{2x^2 - 5x - 3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{4x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^{\frac{5}{x-2}}$.

Задача 216. Для заданных функций найти

а) первую производную y' и вторую производную y'' ;

б), в) первую производную y' ;

г) дифференциал dy .

а) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{4}{x^4} + 5$; б) $y = (1 + \operatorname{arctg} 3x)e^x$; в) $y = \frac{\cos(1-3x)}{x^2}$;

г) $y = 6^{\sqrt{x}}$.

Задача 226. Найти предел с помощью правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\ln x};$$

Задача 236. Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y = \frac{x^2 - 3}{x}$$

Задача 246. Исследовать данную функцию $z = f(x, y)$ на экстремум и вычислить значение функции в точках экстремума:

$$z = 3x^2 + 5xy + 3y^2 + 4x + 7y + 1,$$

Задача 256. Дано уравнение поверхности в виде $F(x, y, z) = 0$ или $z = f(x, y)$. Требуется составить уравнение касательной плоскости к данной поверхности в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$, если абсцисса x_0 и ордината y_0 заданы. Найти также аппликату z_1 точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$, лежащей на этой касательной плоскости, если даны абсцисса x_1 и ордината y_1 точки M_1 :

$$256) z = x^2 + 2xy + 3y^2, M_0(2; 1; z_0), M_1\left(\frac{1}{2}; 0; z_1\right).$$

Контрольная работа №2

Задача 306. Найти неопределенные интегралы:

$$\begin{aligned} \text{а) } & \int \frac{\cos x \, dx}{4 + \sin^2 x}; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 4x}}; \quad \text{в) } \int \ln(1 + x^2) \, dx; \quad \text{г) } \int \frac{6}{x^2 - 9x} \, dx; \\ \text{д) } & \int \frac{(\cos^2 x - 2) \, dx}{3 \sin^2 x}. \end{aligned}$$

Задача 316

Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox

фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$ и $y = 0$.

Задача 326 Вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Область интегрирования изобразить на чертеже.

$$z = 3y^2, x = 2, x = 0, y = 1, z = 0.$$

Задача 406 Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:

$$y' + y = \frac{1}{e^x}$$

Задача 416 Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + y = 6 \sin 2x, \quad y(\pi) = -1, \quad y'(\pi) = -4;$$

Задача 506. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-4)^n}{0,5n};$$