

Вариант 8

Контрольная работа №1

Задача 108. Даны вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Найти: 1) внутренний угол при вершине A_1 в треугольнике $A_1A_2A_4$; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;

$$A_1(5; -1; 3), \quad A_2(8; 8; -3), \quad A_3(2; 0; -2), \quad A_4(4; 1; 0).$$

Задача 118. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти: 1) уравнение стороны AB ; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины C ; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C ; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB .

$$A(-8; 4), B(4; -2), C(7; 2).$$

Задача 128. Даны вершины $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$ пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины A_1, A_2, A_3 ; 2) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4 .

$$A_1(5; -1; 3), \quad A_2(8; 8; -3), \quad A_3(2; 0; -2), \quad A_4(4; 1; 0).$$

Задача 208. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x \cdot \sin 2x}{2x^2}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow -1} (3x + 4)^{\frac{2}{(x+1)^2}}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x^2 + 2x^3}{(1+x)^3};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{7x - 10 - x^2}{\sqrt{6-x} - 1}.$$

Задача 218. Для заданных функций найти

а) первую производную y' и вторую производную y'' ;

б), в) первую производную y' ;

г) дифференциал dy .

$$\text{а) } y = 1 - \frac{2}{x^6} - \frac{(x+1)^2}{3}; \quad \text{б) } y = \sqrt{x} \cdot \arccos(1-x^2); \quad \text{в) } y = \frac{3+2x}{\sin^4 x};$$

$$\text{г) } y = \cos^3 7x.$$

Задача 228. Найти предел с помощью правила Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^4 x}{x^9};$$

Задача 238 Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y = \frac{x^2 - 2}{x}$$

Задача 248. Исследовать данную функцию $z = f(x, y)$ на экстремум и вычислить значение функции в точках экстремума:

$$z = 3xy - x^2 - 3y^2 + x + 3,$$

Задача 258. Дано уравнение поверхности в виде $F(x, y, z) = 0$ или $z = f(x, y)$. Требуется составить уравнение касательной плоскости к данной поверхности в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$, если абсцисса x_0 и ордината y_0 заданы. Найти также аппликату z_1 точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$, лежащей на этой касательной плоскости, если даны абсцисса x_1 и ордината y_1 точки M_1 :

$$z = 2x^2 + y^2 + 3y, M_0(2; -2; z_0), M_1(1; 0; z_1).$$

Контрольная работа №2

Задача 308. Найти неопределенные интегралы:

$$\text{а) } \int \frac{(1 - tg^2 x) dx}{\cos^2 x}; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{\sqrt[3]{2x - 7}}; \quad \text{в) } \int x \sin 4x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^3 + 4x^2 + 3x};$$

$$\text{д) } \int \cos 3x \cos 4x dx$$

Задача 318

Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox

фигуры, ограниченной линиями $y = \sqrt{2x}$ и $y = x$.

Задача 328 Вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Область интегрирования изобразить на чертеже.

$$z = 2x^2 + 3y^2, \quad x + y = 1, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

Задача 408 Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:

$$y' + 2xy = 2x^3 y$$

Задача 418 Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 3y' = x + \cos x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -\frac{1}{9};$$

Задача 508. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x+2)^n}{3^n \cdot n};$$