Вариант 9
Контрольная работа №1

Задача 109. Даны вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:
$A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$. Найти: 1) внутренний угол при вершине A_1 в треугольнике $A_1A_2A_4$; 2) площадь грани $A_1A_2A_3$; 3) объем пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
$A_1(3; 2; -2)$, $A_2(1; 3; 1)$, $A_3(6; 2; 0)$, $A_4(0; 2; 2)$.

Задача 119. Даны вершины $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ треугольника. Найти: 1) уравнение стороны AB; 2) уравнение медианы, проведенной из вершины C; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины C; 4) уравнение прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB.
$A(10; -2), B(-4; 4), C(-8; 2)$.

Задача 129. Даны вершины $A_1(x_1; y_1; z_1)$, $A_2(x_2; y_2; z_2)$, $A_3(x_3; y_3; z_3)$, $A_4(x_4; y_4; z_4)$ пирамиды. Найти: 1) уравнение плоскости, проходящей через вершины A_1, A_2, A_3; 2) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1\ A_2\ A_3$; 3) уравнение высоты, проведенной из вершины A_4 на грань $A_1\ A_2\ A_3$; 4) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1\ A_2\ A_3$; 5) уравнение прямой, проходящей через вершину A_2 параллельно ребру A_1A_4.
$A_1(3; 2; -2)$, $A_2(1; 3; 1)$, $A_3(6; 2; 0)$, $A_4(0; 2; 2)$.

Задача 209. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

а) $\lim\limits_{x\to -5} \dfrac{x^2-25}{2x^2+9x-5}$; б) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{e^{x+3}-e}{x+2}$; в) $\lim\limits_{x\to 0} (1-2\sin x)^{\frac{3}{2x}}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x\cdot \arcsin 2x}$.

Задача 219. Для заданных функций найти

а) первую производную y' и вторую производную y'';
б), в) первую производную y';
г) дифференциал *dy*.

а) $y=\dfrac{5x^3}{3}+\dfrac{6}{x}-1$; б) $y=e^{\sqrt{x}}(1-\operatorname{arctg} 8x)$; в) $y=\dfrac{4-5x}{\cos^2 3x}$;
г) $y=\ln^3 \sin x$.

Задача 229. Найти предел с помощью правила Лопиталя

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x}}{e^x};$$

Задача 239. Провести полное исследование данной функции и построить ее график

$$y=\frac{2x^3+1}{x^2}$$

Задача 249. Исследовать данную функцию $z=f(x,y)$ на экстремум и вычислить значение функции в точках экстремума:

$$z=5+4x+10y-4xy-2x^2-3y^2$$

Задача 259. Дано уравнение поверхности в виде $F(x,y,z)=0$ или $z=f(x,y)$. Требуется составить уравнение касательной плоскости к данной поверхности в точке $M_0(x_0,y_0,z_0)$, если абсцисса x_0 и ордината y_0 заданы. Найти также аппликату z_1 точки $M_1(x_1,y_1,z_1)$, лежащей на этой касательной плоскости, если даны абсцисса x_1 и ордината y_1 точки M_1:

$$z=2x^2+3xy+y^2, \qquad M_0(1;2;z_0),M_1(0;1;z_1).$$

Контрольная работа №2

Задача 309. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int\frac{arctg^2 x dx}{1+x^2}$; б) $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$; в) $\int\sqrt{x}\ln x\,dx$; г) $\int\frac{(4-2x)dx}{x^2+4x}$;

д) $\int\frac{dx}{\cos^2 3x}$

Задача 319

Найти длину дуги линии $y=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ от $x=0$ до $x=1$.

Задача 329 Вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Область интегрирования изобразить на чертеже.

$$z=6-x-y,\ 2x+y=4,\ x=0,y=0,z=0.$$

Задача 409 Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения первого порядка:

$$xy' + y = y^2 \ln x$$

Задача 419 Дано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + 9y = 6e^{3x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0;$$

Задача 509. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-2)^n}{n+8};$$